

An abstract graphic consisting of a dark blue 3D cube with a red sphere resting on its top surface. The cube is tilted, and the sphere is positioned slightly off-center towards the back-left corner.

# Corso di Idraulica

Prof. A. Balzano

CORRENTI FLUIDE



# Correnti gradualmente variate

## ► Correnti

- Moti unidimensionali:  $\vartheta = \vartheta(s, t)$ 
  - $s$  ascissa curvilinea definita sull'asse della corrente
  - Asse: luogo di punti caratteristici delle sezioni
- Moti localmente unidirezionali: velocità  $\approx$  parallele
  - ✓ se moto turbolento condizione riferita a velocità medie

## ► Correnti gradualmente variate (lineari)

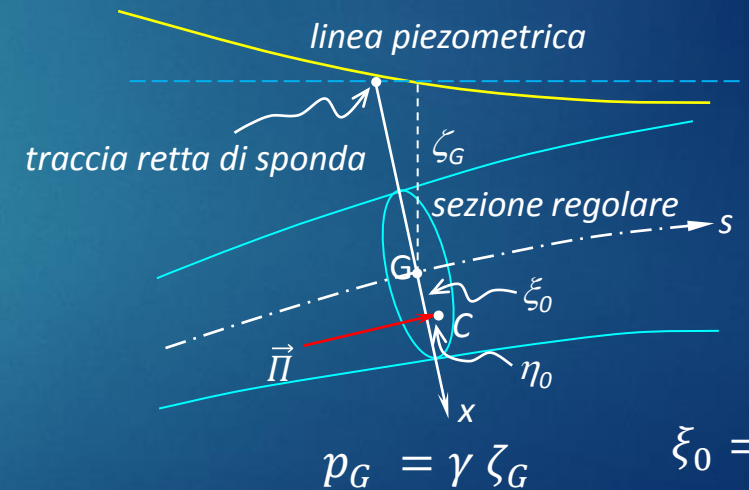
- Traiettorie ad ampio raggio di curvatura (debole curvatura)
- Sezioni regolari:
  - sezioni rette (normali)  $\approx$  piane
  - distribuzione  $\approx$  idrostatica delle pressioni ( $h = \text{cost}$ )
    - ✓ Fluido ideale (sforzi viscosi trascurabili)
    - ✓ Sforzi turbolenti trascurabili
- Correnti *lineari*: definibile linea piezometrica su verticale asse corrente, di quota pari alla quota piezometrica:  $h = h(s)$

- Stato di sforzo medio totale

$$\bar{\tau}_{ij} = -\bar{p}\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j}$$

- Sforzo assiale ( $i = j = s$ )

$$\bar{\tau}_{ss} = -\bar{p} + 2\mu \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial x_s} - \rho \overline{u'_s u'_s} \cong -p$$



$$\xi_0 = \frac{I_{xx0}}{M_s}$$

$$\vec{P} = - \int_{\Omega} p \vec{n} d\Omega = - \vec{n} p_G \Omega \quad \eta_0 = \frac{I_{xy0}}{M_s}$$



# Equazione di continuità per correnti

## ► Ipotesi

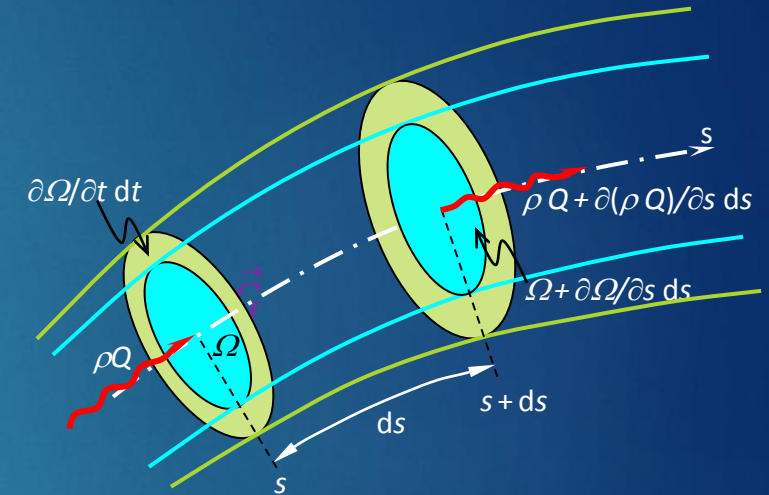
- Fluido comprimibile
- Corrente gradualmente variata, sezioni regolari
  - $\rho = \rho(s, t) \longrightarrow \rho$  costante su una sezione
  - $Q_m = \int_{\Omega} \rho \vec{u} \cdot \vec{n} d\Omega = \int_{\Omega} \rho u d\Omega = \rho \int_{\Omega} u d\Omega = \rho Q$

## ► Sezioni di controllo a distanza $ds$

- Flusso di massa sezione  $s$ :  $Q_m(s) = \rho Q$
- Flusso di massa sezione  $s + ds$ :  $Q_m(s + ds) = \rho Q + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} ds$
- Massa del volume compreso fra le sezioni:  $\rho \Omega ds$
- Variazione di massa in intervallo  $dt$ :  $\frac{\partial(\rho \Omega ds)}{\partial t} dt = \frac{\partial(\rho \Omega)}{\partial t} ds dt$

## ► Bilancio di massa in intervallo $dt$

$$\rho Q dt - \left[ \rho Q + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} ds \right] dt = \frac{\partial(\rho \Omega)}{\partial t} ds dt \longrightarrow \frac{\partial(\rho \Omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} = 0$$



- Moto stazionario:  $\frac{\partial(\rho Q)}{\partial s} = 0 \longrightarrow \rho Q = \text{cost}$
- Fluido incompressibile:  $\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$ 
  - Condotto indeformabile, moto vario:  $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \longrightarrow Q(t)$  costante lungo  $s$
  - Moto stazionario:  $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0 \longrightarrow Q = \text{cost}$



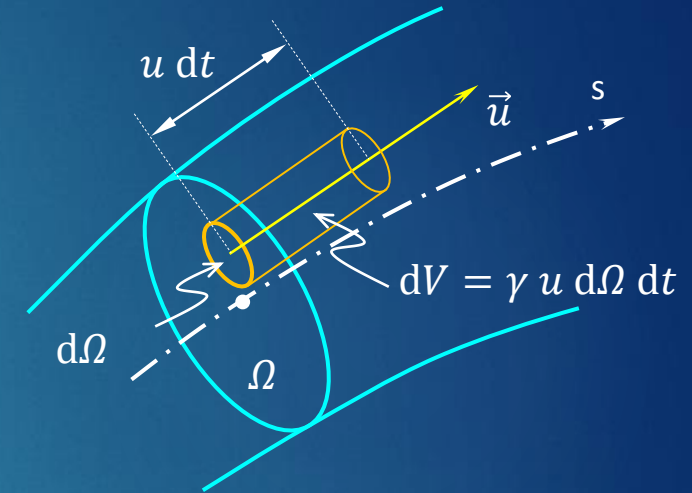
# Potenza di una corrente

## ► Ipotesi

- Fluido pesante incompressibile ( $\rho = \text{cost}$ )
- Corrente gradualmente variata, sezioni regolari  $Q = \int_{\Omega} u \, d\Omega$

## ► Analisi dei flussi attraverso la sezione elementare $d\Omega$

- Volume in transito in intervallo  $dt$ :  $dV = dQ \, dt = u \, d\Omega \, dt$
- Peso del volume elementare:  $dW = \gamma \, dV = \gamma \, u \, d\Omega \, dt$
- Energia meccanica del volume:  $dE = H \, dW = H \, \gamma \, dQ \, dt$
- Potenza elementare:  $dP = \frac{dE}{dt} = H \, \gamma \, dQ = \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \right) \gamma \, dQ$
- Potenza totale:  $P = \int_Q \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \right) \gamma \, dQ = \int_Q \left( h + \frac{u^2}{2g} \right) \gamma \, dQ$ 
  - $h = \text{cost} \implies \int_Q h \, \gamma \, dQ = \gamma h \int_Q dQ = \gamma h Q$
  - $\int_Q \left( \frac{u^2}{2g} \right) \gamma \, dQ = \gamma \int_{\Omega} \frac{u^3}{2g} d\Omega = \gamma Q \alpha \frac{U^2}{2g} ; \alpha = \frac{\int_{\Omega} u^3 d\Omega}{U^3 \Omega} ; U = \frac{Q}{\Omega}$



- Potenza totale:  $\gamma Q \left( h + \alpha \frac{U^2}{2g} \right) = \gamma Q \tilde{H}$ 
  - $\tilde{H} = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g}$  carico totale medio della corrente
- $U = Q/\Omega$  velocità media della corrente
- $\alpha U^2/2g$  altezza cinetica ragguagliata
- $\alpha$  coeff. di ragguaglio delle potenze cinetiche o 1° coeff. di Coriolis
- ✓  $\alpha \cong 1$  per moto turbolento



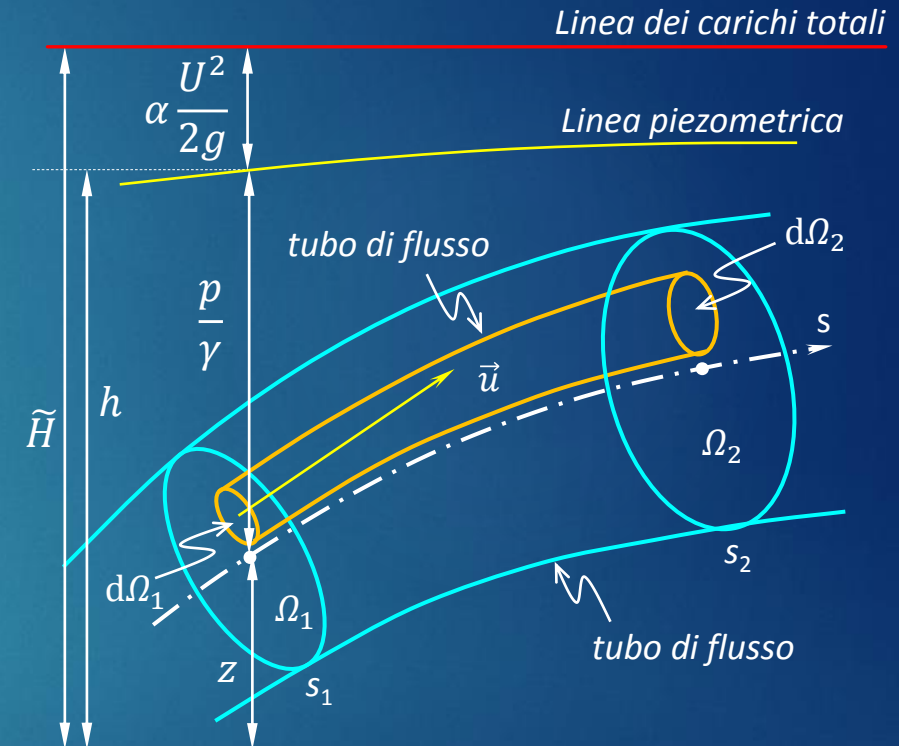
# Teorema di Bernoulli per le correnti

## ► Ipotesi

- Fluido pesante incompressibile ( $\rho = \text{cost}$ ), ideale ( $\mu = 0$ )
- Sezioni regolari agli estremi del tratto di corrente
  - ✓ corrente anche non gradualmente variata fra sezioni
- Moto stazionario  $\longrightarrow$  corrente è tubo di flusso  $\longrightarrow Q_1 = Q_2$

## ► Tubo di flusso elementare da contorno sezione $d\Omega_1$

- $dQ_1 = dQ_2 = dQ$
- $H_1 = H_2 = H$  per linea di corrente fra sezioni  $d\Omega_1$  e  $d\Omega_2$
- $\gamma dQ_1 H_1 = \gamma dQ_2 H_2 = \gamma dQ H = dP$  potenze in  $d\Omega_1$  e  $d\Omega_2$
- Potenze totali:  $\gamma Q_1 \tilde{H}_1 = \gamma Q_2 \tilde{H}_2$  con  $Q_1 = Q_2 = Q$ , da cui
- $\tilde{H}_1 = \tilde{H}_2 \longrightarrow \tilde{H} = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{U^2}{2g} = \text{cost}$  fra sezioni regolari
  - ✓ anche se corrente non gradualmente variata fra le sezioni
- In tratti di corrente gradualmente variata  $\frac{\partial \tilde{H}}{\partial s} = 0$



- ✓ Per correnti gradualmente variate si può definire anche una linea dei carichi totali
- ✓ La linea dei carichi totali sovrasta la linea piezometrica di  $\alpha \frac{U^2}{2g}$

# Teorema di Bernoulli per le correnti

## ► Fluido reale viscoso ( $\mu \neq 0$ )

- Tratti di corrente gradualmente variata
  - Il carico totale medio decresce nel senso del moto (perdite di carico *distribuite*)

$$\frac{\partial \tilde{H}}{\partial s} < 0$$

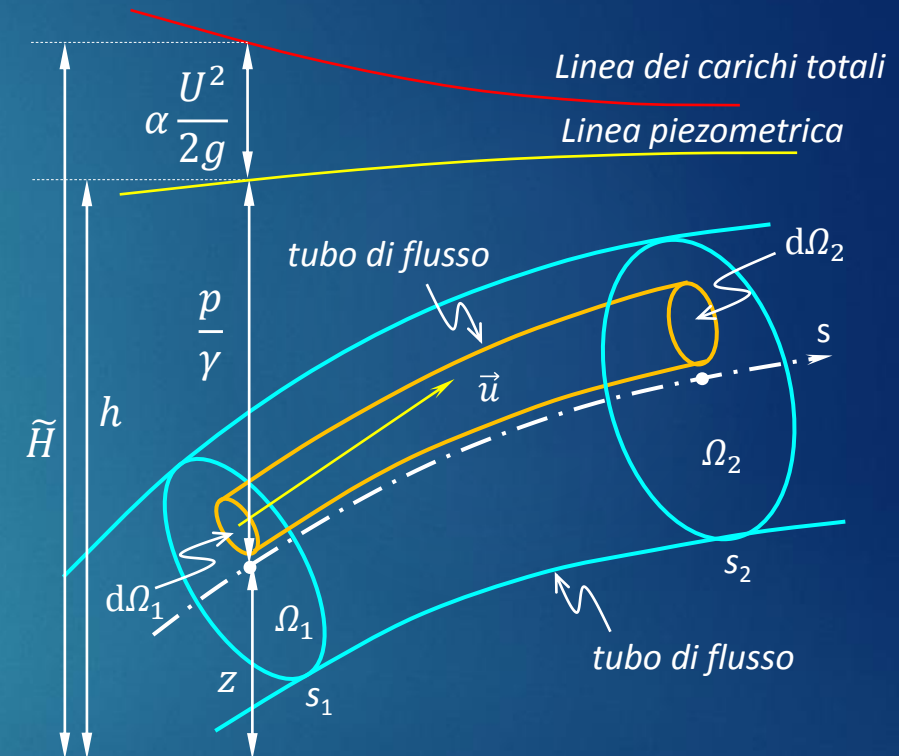
- ✓ perdite di carico trascurabili su percorsi brevi
- Cadente dei carichi totali  $j$  :

$$j = -\frac{\partial \tilde{H}}{\partial s} > 0$$

- Cadente piezometrica  $i$  :

$$i = -\frac{\partial h}{\partial s}$$

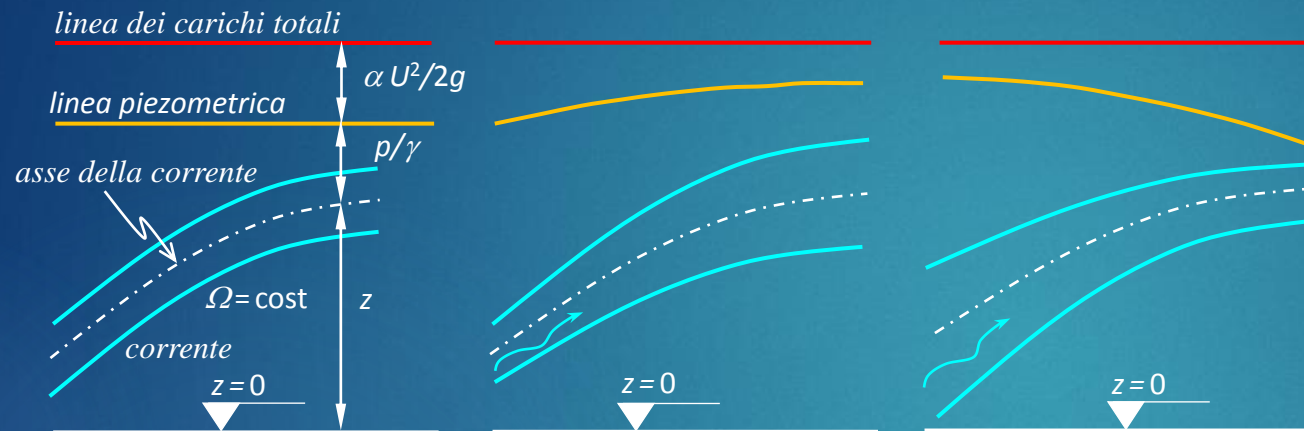
- ✓  $i$  può avere segno qualunque



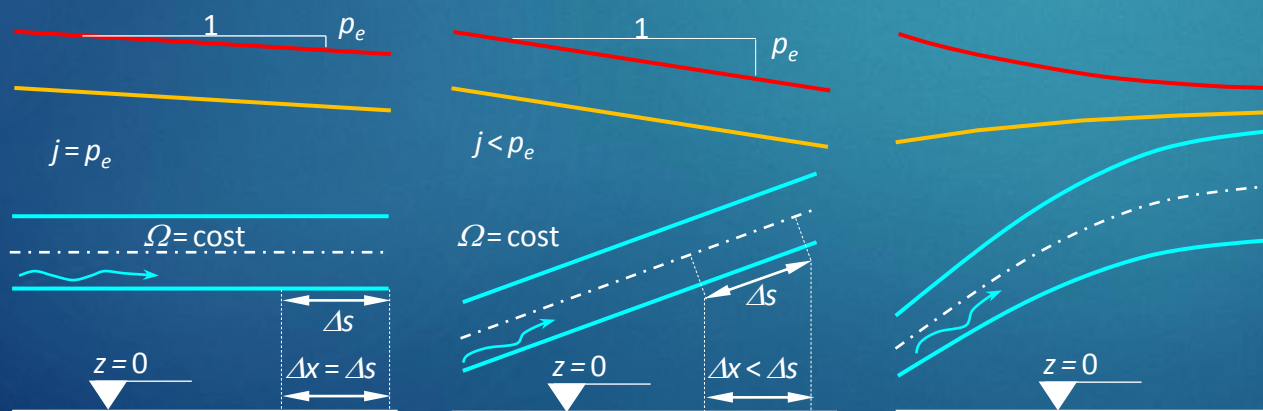
- Significato fisico della cadente dei carichi totali:
  - 1) perdite di energia meccanica per unità di sviluppo in asse, per unità di peso di fluido
  - 2) Risultante delle forze resistenti per unità di peso di fluido

# Perdite di carico

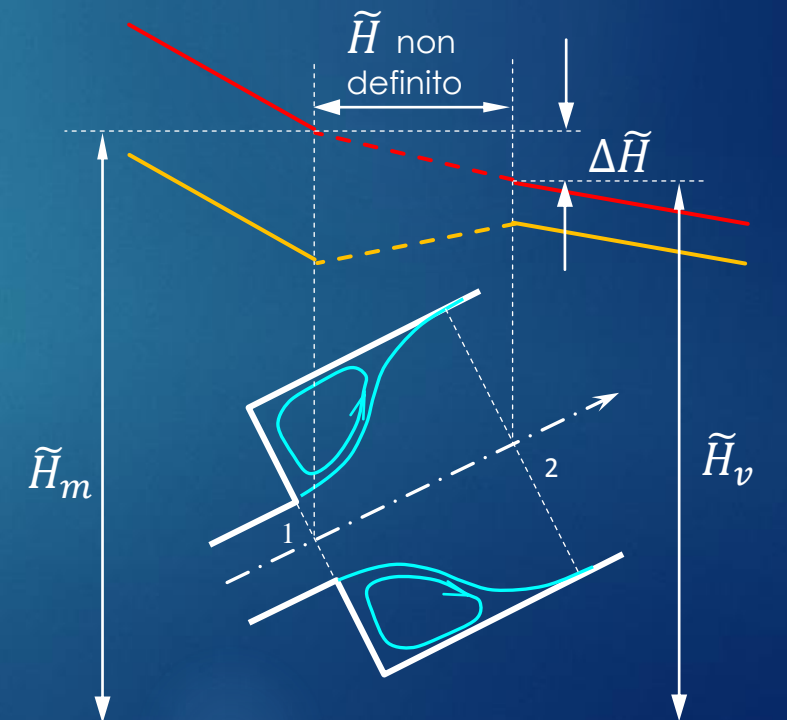
Schema di fluido ideale



Fluido reale viscoso



- Tratti di corrente non gradualmente variata di breve sviluppo, con distacchi di vena
  - Perdite di carico localizzate:  $\Delta \tilde{H} = \tilde{H}_m - \tilde{H}_v$
  - $\tilde{H}_v < \tilde{H}_m$  fra le sezioni regolari più vicine





# Strumenti di misura delle portate

## ► Dispositivi a strozzamento (a effetto Venturi)

### • Venturimetro

- Convergente di breve sviluppo, corrente accelerata  schema di fluido ideale
- Sezioni 1 e 2 regolari

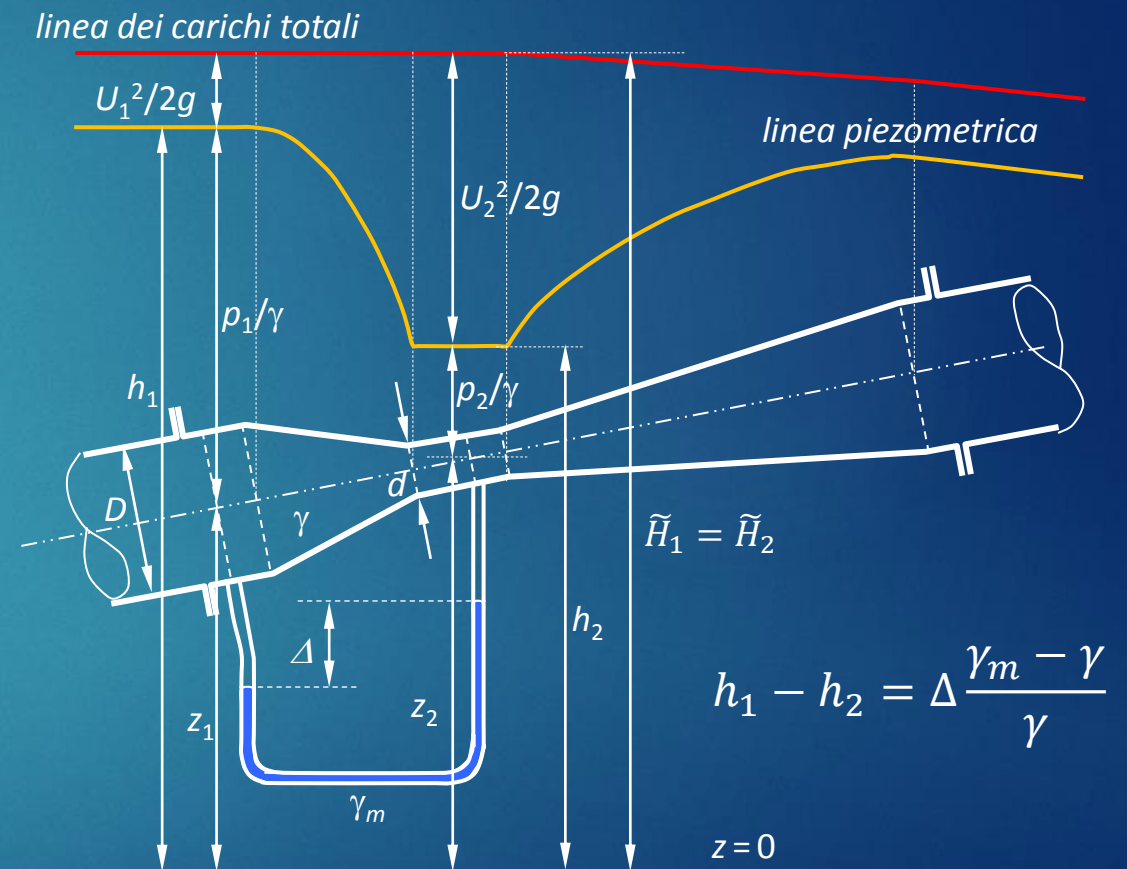
$$\tilde{H}_1 = \tilde{H}_2 \quad \text{--->} \quad h_1 + \alpha \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \alpha \frac{U_2^2}{2g}$$

✓  $\alpha \cong 1$  in regime turbolento

✓  $U = Q/\Omega$ , portata  $Q$  costante per continuità

$$h_1 + \frac{Q^2}{2g\Omega_1^2} = h_2 + \frac{Q^2}{2g\Omega_2^2} \quad \text{--->} \quad Q = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{\frac{1}{\Omega_2^2} - \frac{1}{\Omega_1^2}}}$$

$$Q = \Omega_1 \Omega_2 \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}} = \Omega_1 \Omega_2 \sqrt{\frac{2g \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}}{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}} = K \sqrt{\Delta}$$



- ✓ Costante  $K$  determinata in laboratorio dal costruttore all'atto della taratura dello strumento



# Strumenti di misura delle portate

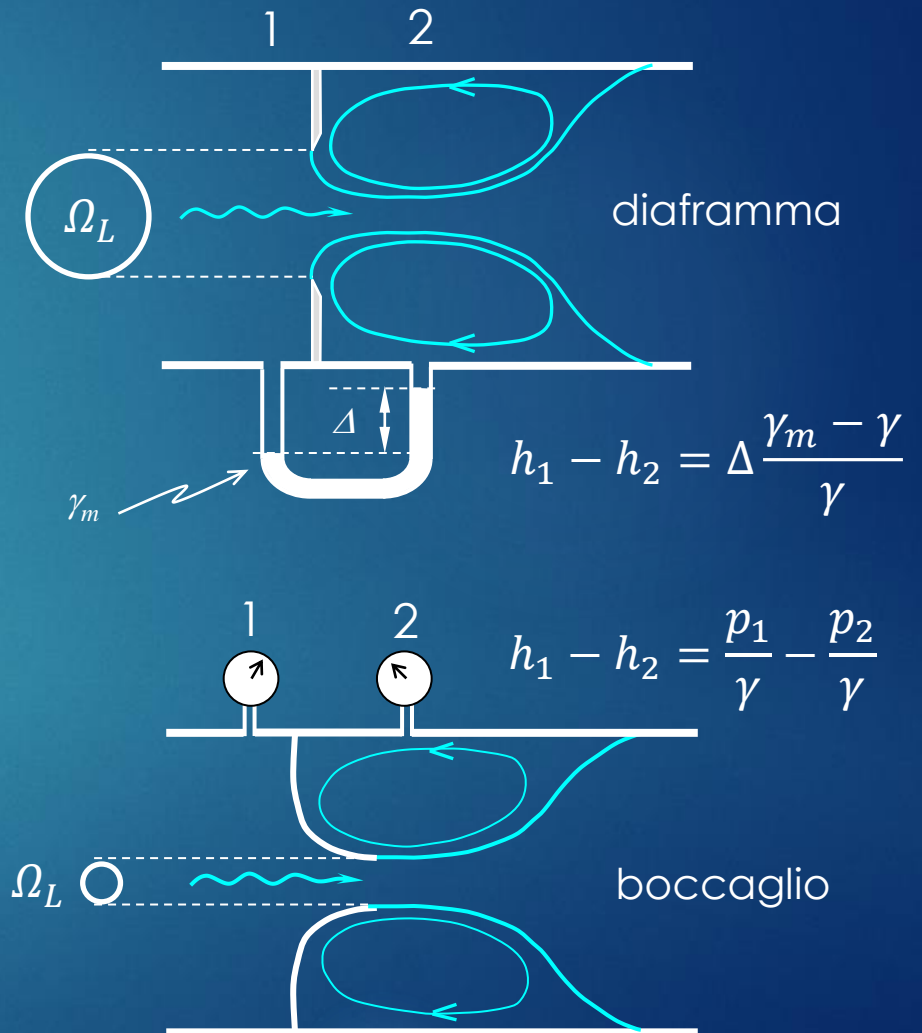
## ► Dispositivi a strozzamento (a effetto Venturi)

- Diaframma, boccaglio
  - schema di fluido ideale
  - sezioni 1 e 2 regolari
  - sezione 2 contratta:  $\Omega_c = C_c \Omega_L$  ;  $\Omega_L$  area della luce
    - diaframma:  $C_c = 0,61$
    - boccaglio:  $C_c$  dipende da forma boccaglio

$$\tilde{H}_1 = \tilde{H}_2 \longrightarrow h_1 + \alpha \frac{U_1^2}{2g} = h_2 + \alpha \frac{U_2^2}{2g}$$

$$\checkmark \alpha \cong 1 ; U = Q/\Omega ; Q = \text{cost}$$

$$Q = \Omega_1 \Omega_L C_c \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{\Omega_1^2 - C_c^2 \Omega_L^2}}$$





# Strumenti di misura delle portate

## ► Altri dispositivi di misura delle portate

- Flussimetro ad area variabile (rotametro)
  - Basato su effetto spinta idrodinamica
- Flussimetri a ultrasuoni
  - A tempo di transito: misurano la differenza dei tempi di propagazione di onde sonore
  - A effetto Doppler: misurano differenza di frequenza fra onda acustiche emessa e riflessa.
    - ✓ accuratezza 1-2% ; installate all'esterno di tubazioni o su pareti di canali; non interferiscono con il campo di moto (non causano perdite di carico); non soggetti a corrosione o intasamento; non necessitano di manutenzione (non hanno parti in movimento); adatti a svariati tipi di fluido, inclusi i fanghi. Non utilizzabili con tubazioni realizzate con materiali fonoassorbenti (p.es. calcestruzzo).
- Misuratori elettromagnetici
  - Basati su Legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica
    - ✓ Non interferiscono con il moto, ma devono essere montati lungo linea
- Misuratori a effetto Coriolis
  - Consentono misura della portata massica

# Strumenti di misura delle velocità

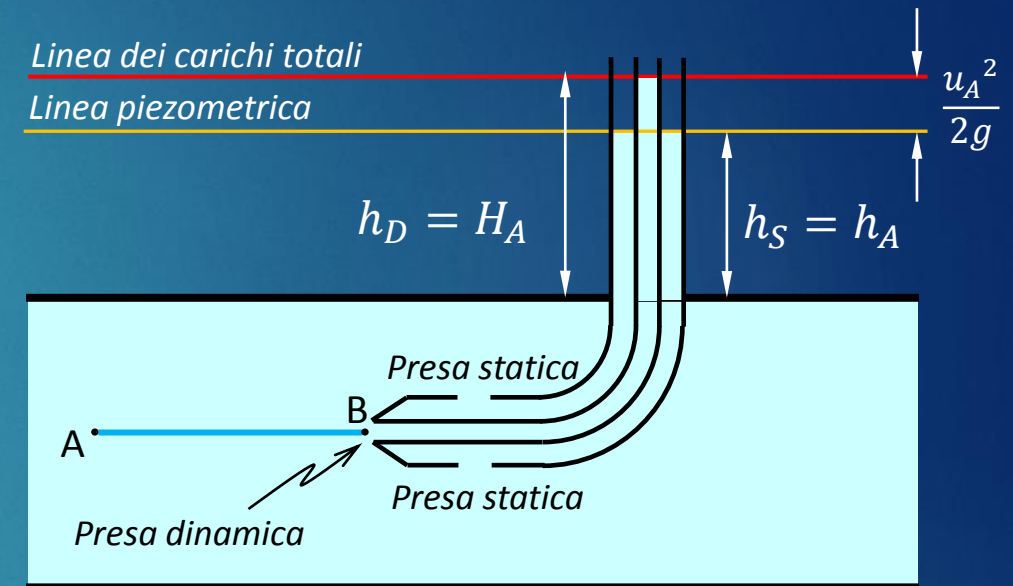
## ► Tubo di Pitot

- Schema di fluido ideale
- punto A indisturbato, punto B di ristagno ( $u_B = 0$ )

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{u_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{u_B^2}{2g} = h_B \quad (u_B = 0)$$

$$H_A = h_A + \frac{u_A^2}{2g} = H_B = h_B = h_D$$

- $h_D$  quota piezometrica liquido in canna interna, aperta su presa dinamica
- $h_S$  quota piezometrica liquido in canna esterna, aperta su presa statica
- $\frac{u_A^2}{2g} = H_A - h_A = h_D - h_S$
- ✓ Tubi di Pitot utilizzati come tachimetri in aerei e vetture di Formula 1 (con modifiche per fluido comprimibile)



## ► Altri dispositivi di misura delle velocità

- Misuratori a ultrasuoni t.d.t. e Doppler
- Misuratori elettromagnetici
- Anemometri a film caldo e a filo caldo
- Anemometri laser Doppler
- Velocimetria PIV e PTV